Fähigkeitskennzahlen

Fähigkeitskennzahlen dienen zur Beschreibung der aktuellen sowie der zukünftig zu erwartenden Leistung eines Prozesses.
Allgemein versteht man unter einer Fähigkeitskennzahl das Verhältnis aus Toleranz zur Streuung des Prozesses. Dabei bezieht man sich auf einen Bereich, bei dem 99,73% innerhalb der Spezifikation liegen (±3σ bzw. ±3s). Im Falle eines Herstellungsprozesses handelt es sich um die Prozessfähigkeit C_p. Zur Berücksichtigung einer Mittelwertverschiebung (Abweichung von der idealen Prozesslage), wird der Wert C_{pk} eingeführt, der immer schlechter oder gleich groß ist wie C_p ($C_{pk} \leq C_p$). In der Regel gilt ein Prozess als fähig, wenn $C_{pk} \geq 1{,}33$ ist.

Im folgendem werden für verschiedene Verteilungsformen die Beziehungen dargestellt:

Normalverteilung

Die Normalverteilung ist anzuwenden, wenn Abweichungen vom Sollwert durch zufällige Einflüsse vorliegen, die additiv wirken.

$$C_p = \frac{OTG - UTG}{6s}$$

$$C_{pu} = \frac{\bar{x} - UTG}{3s} \qquad C_{po} = \frac{OTG - \bar{x}}{3s}$$

$$C_{pk} = Min\left(C_{pu}; C_{po}\right)$$

mit
UTG : untere Toleranzgrenze
OTG : obere Toleranzgrenze
μ : Mittelwert

Ist der tatsächliche Mittelwert und die Standardabweichung bekannt, so ist μ und σ anstelle von $\bar{x}$ und s einzusetzen. Der C_{pk} - Wert kann über

$$C_{pk} = C_p\left(1 - |z|\right)$$

berechnet werden, mit

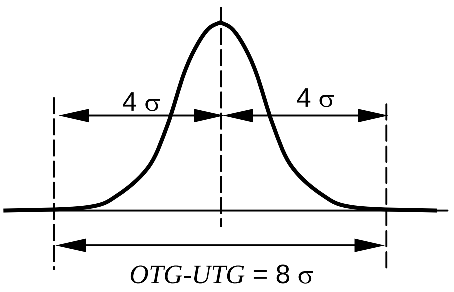
$$z = \frac{\bar{x} - (OTG + UTG)/2}{(OTG - UTG)/2}$$

für mittigen Sollwert

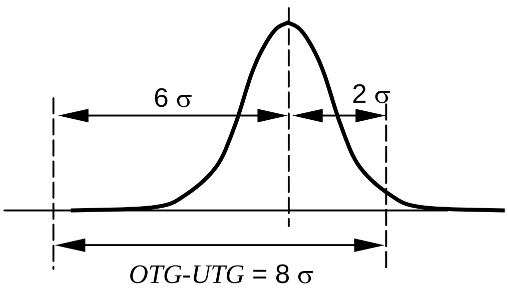
$$z = \frac{x_{soll} - \bar{x}}{(OTG - UTG)/2}$$

für nicht mittigen Sollwert

Beispiele:



$C_p = 1{,}33$ $C_{pu} = 1{,}33$ $C_{po} = 1{,}33$ $C_{pk} = 1{,}33$



$C_p = 1{,}33$ $C_{pu} = 2{,}0$ $C_{po} = 0{,}67$ $C_{pk} = 0{,}67$

Lognormalverteilung

Die Lognormalverteilung ist anzuwenden, wenn die Verteilung links einseitig begrenzt ist, nur positive Werte vorkommen und Abweichungen vom Sollwert durch zufällige Einflüsse entstehen, die multiplikativ wirken.

$$C_p = \frac{\ln(OTG) - \ln(UTG)}{6\,s_{\log}}$$

$$C_{pu} = \frac{\bar{x}_{\log} - \ln(UTG)}{3\,s_{\log}} \qquad C_{po} = \frac{\ln(OTG) - \bar{x}_{\log}}{3\,s_{\log}}$$

$$C_{pk} = Min\left(C_{pu}; C_{po}\right)$$

$$\bar{x}_{\log} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i)\right) \qquad s_{\log} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\ln(x_i) - \bar{x}_{\log})\right)^2}$$

Liegen die Einzelwerte nicht vor, so kann näherungsweise $\bar{x}_{\log}$ und $s_{\log}$ aus dem Mittelwert und der Standardabweichung der Normalverteilung mit

$$\bar{x}_{\log} \approx \ln(\bar{x}) - \frac{1}{2}\ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right) \qquad s_{\log} \approx \ln\left(1 + \frac{s^2}{\bar{x}^2}\right)$$

berechnet werden.

Betragsverteilung 1. Art

Diese ist anzuwenden wie bei der Normalverteilung, jedoch wenn die Verteilung einseitig begrenzt ist und nur positive Werte vorkommen können. Der Fähigkeitsindex wird über eine allgemeingültige Formel berechnet:

$$C_{pk} = \frac{1}{3} u_{1-p}$$

p = Anteil außerhalb der oberen Spezifikationsgrenze und u die Verteilungsform der standardisierten Normalverteilung.

Anstelle dieser Beziehung kann auch die weiter unten beschriebene Percentil-Methode verwendet werden, was bei kleinen Überschreitungsanteilen p sinnvoll ist.

Betragsverteilung 2. Art (Rayleigh-Verteilung)

Die Anwendung dieser Verteilungsart ist z.B. für Unwuchten gegeben.
Auch hier gilt die allgemeine Formel:

$$C_{pk} = \frac{1}{3} u_{1-p} \quad \text{mit} \quad p = e^{-\frac{\pi}{4}\left(\frac{OTG}{\mu_r}\right)^2}$$

Verteilungsfreie Percentil-Methode

Bei nicht bekannter Verteilung ist die so genannte Percentil-Methode zu verwenden.
Allgemein gilt:

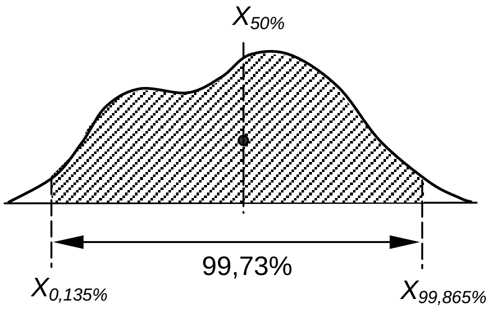
$$C_p = \frac{OTG - UTG}{X_{99,865\%} - X_{0,135\%}}$$

Für eine Normalverteilung entspricht der Nenner 6s. Für eine nicht normal verteilte Form kann der Bezugsbereich ermittelt werden, wie in der ISO/TR 12783 beschrieben.

Analog zur Normalverteilung gilt:

$$C_{pu} = \frac{X_{50\%} - UTG}{X_{50\%} - X_{0,135\%}} \quad \text{und} \quad C_{po} = \frac{OTG - X_{50\%}}{X_{99,865\%} - X_{50\%}}$$

$$C_{pk} = Min\left(C_{pu}; C_{po}\right)$$



Verteilungsformen verschiedener Konstruktionsmerkmale

Die folgende Tabelle zeigt eine Übersicht, für welche Konstruktionsmerkmale welche Verteilung vorkommt:

Merkmal	Symbol	Verteilg.
Längenmaß		N
Geradheit	⏤	B1
Ebenheit	⏥	B1
Rundheit	○	B1
Zylinderform	⌭	B1
Linienform	⌒	B1
Flächenform	⌓	B1
Rauheit		B1
Unwucht		B2
Parallelität	//	B1
Rechtwinkeligkeit	⊥	B1
Neigung / Winkeligkeit	∠	B1
Position	⌖	B2
Koaxialität, Konzentrizität	◎	B2
Symmetrie	⌯	B1
Rundlauf	⌰	B1/B2
Planlauf	⌰	B1

N : Normalverteilung
B1 : Betragsnormal 1. Art
B2 : Betragsnormal 2. Art

Anwendung

Bezüglich der Anwendung unterscheidet man zwischen:

- **Prozessfähigkeitsuntersuchung (PFU)**
- **Maschinenfähigkeitsuntersuchung (MFU)**
- **Messmittelfähigkeit (MGF)**

Prozessfähigkeitsuntersuchungen werden über einen längen Zeitraum durchgeführt. Dabei zieht man in festgelegten Intervallen Stichproben und misst relevante Qualitätsmerkmale des Produktes (min. 20 Stichproben mit n= 3-5 Teilen). So gehen Einflüsse der Maschine, des Materials, der Methode, des Bedieners und der Umgebung in die Betrachtung ein. Zur Darstellung des Ergebnisses werden die Prozessfähigkeitskoeffizienten $\boldsymbol{C_p}$ und $\boldsymbol{C_{pk}}$ verwendet. Die Berechnung erfolgt nach den oben dargestellten Beziehungen.

Maschinenfähigkeitsuntersuchungen werden über einen kurzen Zeitraum durchgeführt. Damit gehen hier im wesentlichen die Maschine und Methode ein. Einflüsse unterschiedlicher Materialien, Bediener oder Umgebungsbedingungen werden nicht berücksichtigt und sollen daher möglichst konstant sein. Die Formeln sind die gleichen, wie für die Prozessfähigkeit. Die Ergebnisse werden jedoch als $\boldsymbol{C_m}$ und $\boldsymbol{C_{mk}}$ bezeichnet. Empfohlener Stichprobenumfang 50, Mindestumfang 20 Teile. Man spricht dabei auch von Kurzzeitfähigkeitsuntersuchungen. Daraus resultieren auch die im allgemeinen höheren Anforderungen an die Maschinenfähigkeitskennwerte ($C_m, C_{mk} \geq 1,67$).
Hinweis: Die Benennung C_m, C_{mk} ist in der neuen ISO Norm nicht mehr vorhanden, stattdessen werden die gleichen Benennungen P_p/P_{pk} oder C_p/C_{pk} verwendet.

Die Messmittelfähigkeit hat zum Ziel, die systematischen und/oder zufälligen Abweichung eines Messgerätes zu ermitteln und bei Bedarf am Messgerät Korrekturmaßnahmen vorzunehmen, oder das Messverfahren zu ändern. Die Messmittelfähigkeit wird mit den Kennzahlen $\boldsymbol{C_g}$ und $\boldsymbol{C_{gk}}$ beschrieben. Die Berechnung erfolgt nach den folgenden Formeln (nur Verfahren 1).

Messmittelfähigkeit

Verfahren 1

Anhand der Fähigkeitskennwerte C_g und C_{gk} wird entschieden, ob eine Messeinrichtung unter Verwendung eines „Normals“ für den vorgesehenen Einsatz unter Betriebsbedingungen geeignet ist.

Bei der Messmittelfähigkeit wird anstelle der oberen und unteren Toleranzgrenze auf 20% der direkten Toleranzangabe T bezogen. Es gilt:

$$C_g = \frac{0{,}2 \cdot T}{6\, s_g} \quad \text{bzw.} \quad C_{gk} = \frac{0{,}1 \cdot T - \left|\bar{x}_g - \bar{x}_m\right|}{3\, s_g}$$

mit
$\bar{x}_g$ = Angezeigter Mittelwert
$\bar{x}_m$ = richtiger Mittelwert
s_g = Wiederholstandardabweichung

Es muss erreicht werden $C_g \geq 1,33$ und $C_{gk} \geq 1,33$

In der Regel werden 20 Wiederholungsmessungen durchgeführt.

Hinweis: Die physikalische und angezeigte Auflösung eines Messgerätes muss mindestens 5% oder besser 2% der zu messenden Toleranz betragen.

Verfahren 2

Beim Verfahren 2 wird im wesentlichen der Bedienereinfluss ermittelt. Hier wird der Kennwert R&R verwendet um zu beurteilen, ob die Messeinrichtung geeignet ist.

Es werden mindestens 2 Prüfer ($k \geq 2$) festgelegt. Weiterhin erfolgt die Auswahl von 10 Messobjekten ($n \geq 5$), die möglichst über den Toleranzbereich verteilt sind. Mit der Anzahl Messungen pro Prüfer ($r \geq 2$) ergibt sich das Produkt $k \cdot r \cdot n \geq 30$. Zur Auswertung wird jeweils der Mittelwert jedes Prüfers $\overline{x}$ und die mittleren Spannweiten $\overline{R}$ berechnet. Danach wird die Wiederholpräzision mit dem Mittelwert aller mittleren Spannweiten bestimmt:

$EV = K_1 \cdot \overline{\overline{R}}$ mit Korrekturfaktor K_1

sowie die Vergleichspräzision

$AV = K_2 \cdot \overline{x}_{Diff}$ mit Korrekturfaktor K_2 und

$\overline{x}_{Diff} = \overline{x}_{\max} - \overline{x}_{\min}$

Hiermit entsteht:

$R\&R = \sqrt{EV^2 + AV^2}$ bzw.

$\%R\&R = R\&R / RF \cdot 100\%$ mit RF = Bezugsgröße, meist Toleranz T

Es muss gelten:

Für neue Meßsysteme : $\%R\&R \leq 20\%$
Für Meßsysteme im Einsatz : $\%R\&R \leq 30\%$

Verfahren 3

Das Verfahren 3 ist ein Sonderfall des Verfahrens 2 und wird bei Meßsystemen angewendet, bei denen kein Bedienereinfluss vorliegt (z.B. mechanisierte Messeinrichtung, Prüfautomaten usw.). Die Berechnung erfolgt wie bei Verfahren 2, jedoch mit einem Prüfer. Es muss gelten: $r \cdot n \geq 20$